Задание № 4 Ранг матрицы

*Задание может быть выполнено либо в формате документа Word, либо в виде фотографии выполненного на бумаге решения.*

Определение: Рангом матрицы называется наивысший порядок отличного от нуля минора матрицы.

Для определения ранга матрицы используют два способа:

1. способ окаймляющих миноров;
2. способ элементарных преобразований матрицы;

Условное обозначение ранга матрицы - .

В способе *окаймляющих миноров* выбирают не равный нулю элемент матрицы и вычисляют окаймляющие его миноры второго порядка. Если все окаймляющие миноры второго порядка матрицы равны нулю, то ранг матрицы равен 1. Если найден отличный от нуля минор второго порядка, то вычисляют все окаймляющие его миноры третьего порядка. Если все они равны нулю, то ранг матрицы равен 2; если найден отличный от нуля минор третьего порядка, то вычисляют окаймляющие его миноры четвертого порядка и т.д.

Вычисления прекращают тогда, когда все окаймляющие миноры наивысшего возможного порядка меньшего или равного числу строк матрицы равны нулю или когда уже нет окаймляющих миноров.

***Пример:*** Найти ранг матрицы ;

*Решение:* если не все элементы матрицы равны нулю, а в данном примере это так, значит, ранг матрицы не меньше 1. отличным от нуля минором первого порядка можно считать, например,  (число в левом верхнем углу матрицы).

Будем искать какой-либо отличный от нуля минор второго порядка, окаймляющий ; обычно начинают с первых двух строк или первых двух столбцов. Нам удобнее будет начать со столбцов, так как в этом случае предстоит считать меньшее количество миноров.

; .

Поскольку найден отличный от нуля минор второго порядка, то ранг матрицы не меньше двух. Полагаем  и будем искать отличный от нуля минор третьего порядка, окаймляющий . Начнем с первых трех столбцов:

; 

Найден отличный от нуля минор третьего порядка, значит, ранг матрицы не меньше трех. Найденный минор обозначим , и будем искать окаймляющий его минор четвертого порядка, отличный от нуля.



Других миноров, окаймляющих  нет, значит, все окаймляющие миноры четвертого порядка равны нулю и ранг матрицы меньше 4. Ранг матрицы равен 3.

Способ окаймляющих миноров является достаточно трудоемким, и используют его обычно только для проверки.

С помощью элементарных преобразований матрицу приводят к ступенчатому виду (см. метод вычисления обратной матрицы). В такой матрице все элементы  при  равны нулю. Ранг ступенчатой матрицы равен числу ее ненулевых строк.

***Пример:*** Найти ранг матрицы способом элементарных преобразований ;

*Решение:* переставим строки: ;

Переставим столбцы: .

Эти преобразования были проведены только ради удобства дальнейших вычислений, с целью получить в левом верхнем углу матрицы число, равное по модулю 1.

Умножим первую строку на 12 и сложим со второй, затем умножим первую сроку на (- 8) и сложим с четвертой:

;

Поделим вторую строку на ( - 3), а четвертую – на 2:

;

Умножим вторую строку на 1,5 и прибавим к третьей, затем умножим вторую строку на ( - 1) и прибавим к четвертой:

;

Преобразования завершены, т.к. матрице все элементы  при . Ненулевых строк – три, значит, ранг матрицы равен трем.

**Самостоятельная работа:**

**2.4.1.** Найти ранги матриц, используя понятие миноров или методом элементарных преобразований матриц

а) ; б) ; в) ;

**2.4.2.** Найти ранги матриц, используя понятие миноров или методом элементарных преобразований матриц

а);б); в);

**2.4.4.** Найти при каком значении параметра  матрица будет иметь наименьший ранг

а) ; б) ;

**Ответы:**

**2.4.1.** а) ; б) ; в) ; **2.4.2.** а) ;б) ;в) ;

**2.4.3.** а) ; б) ; в) ;

**2.4.4.** а) ; б) .